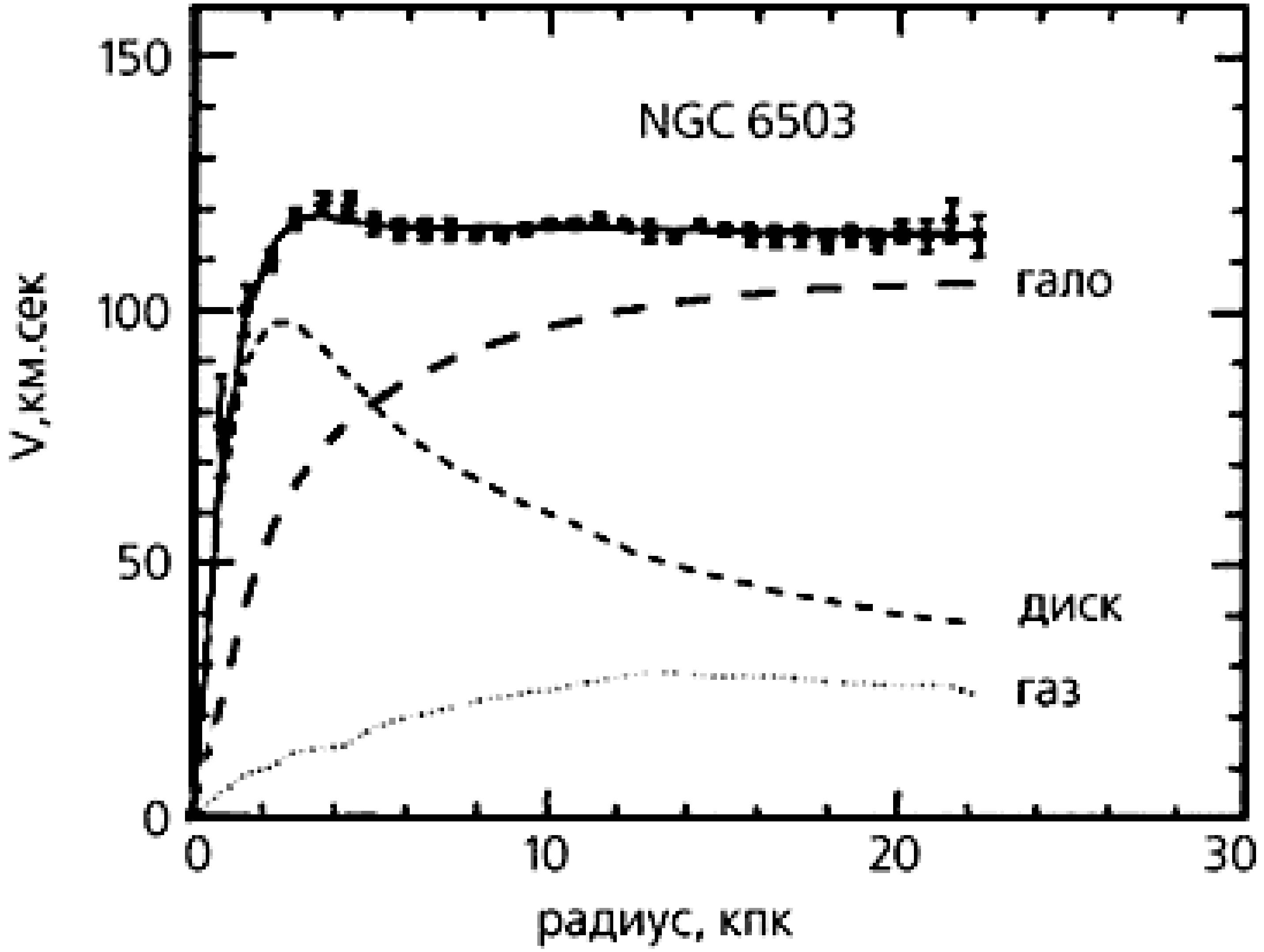
Конформная гравитация вместо темной материи в галактиках

Курсовую работу выполнил:
Студент 213 группы
Данильченко Максим Олегович
Научный руководитель:
член-корр. РАН, доктор физ.-мат. наук
Дмитрий Сергеевич Горбунов

Происхождение проблемы



Общая теория относительности

$$ds^2 = c^2 \cdot dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k \to g_{ik} dx^i dx^k$$

$$\eta_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$$

$\longleftarrow$ Изменение метрики

$$d\overline{A}^k(\overline{x}) = dA^{k'}(x)\frac{\partial \overline{x}^k}{\partial x^{k'}} + A^{k'}(x)\frac{\partial^2 \overline{x}^k}{\partial x^{k'} \partial x^l} dx^l$$

$\longleftarrow$ Изменение производной

$$\nabla_i A^k = \partial_i A^k + \Gamma^k_{il} A^l$$

$$\Gamma^k_{il} = 1/2 g^{kn}(\partial_i g_{nl} + \partial_l g_{ni} - \partial_n g_{il})$$

$\longleftarrow$ Аффинная связность

$$[\nabla_k, \nabla_l]A^i = A^m R^i_{klm}$$

Определение тензора кривизны

$$R^i_{klm} = \partial_l \Gamma^i_{km} - \partial_m \Gamma^i_{kl} + \Gamma^i_{nl}\Gamma^n_{km} - \Gamma^i_{nm}\Gamma^n_{kl}$$

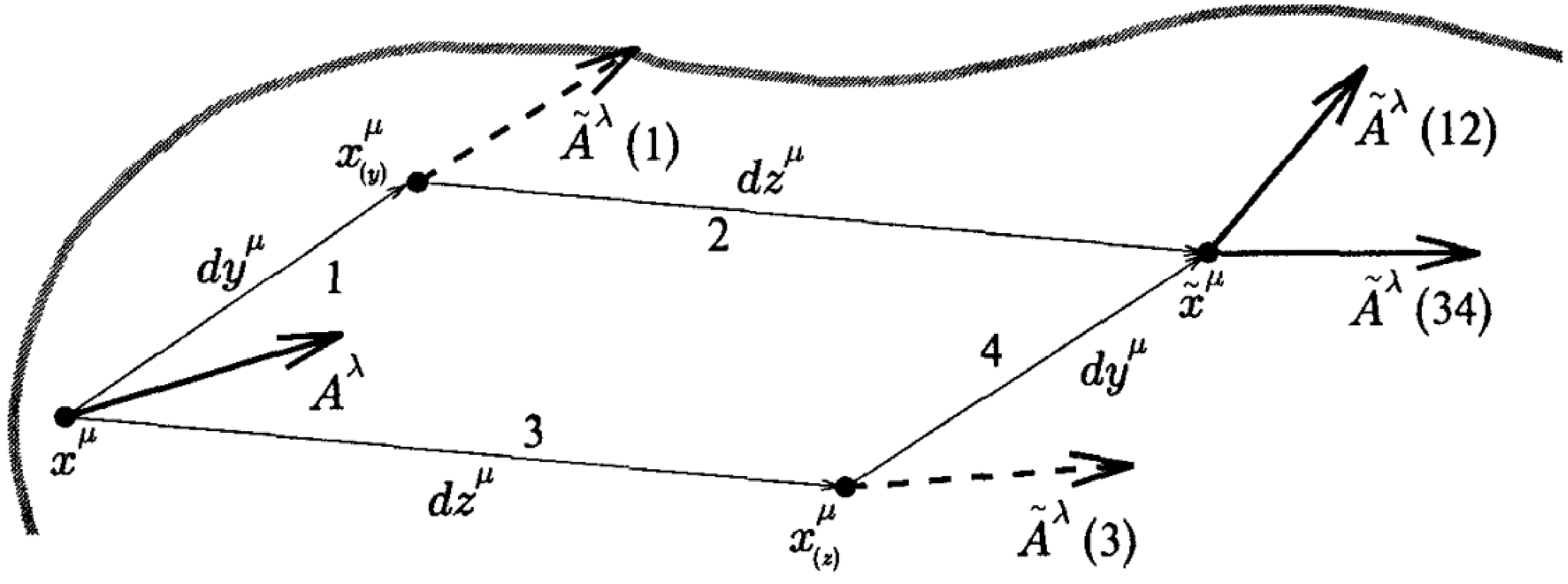
$$R_{ik} = R^n_{ink}$$

Тензор Риччи

$$R = g^{ik} R_{ik}$$

Скалярная кривизна

Параллельный перенос



Действие для системы “гравитация+материя”

$$S_g = -\frac{c^3}{16\pi k}\int R\sqrt{-g}d^4x$$

$$S_m = -\frac{1}{c}\int \mathcal{L}\sqrt{-g}d^4x$$

$$\delta S = \delta S_g + \delta S_m$$

Уравнения Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik}$$

Конформная гравитация

$$S_g \to S_g \quad \text{при} \quad g_{ik} \to \Omega^2(x) g_{ik}$$

$$S_g = -\alpha \int d^4x \sqrt{-g} C_{iklm} C^{iklm} = -2\alpha \int d^4x \sqrt{-g} [R_{ik} R^{ik} - \frac{1}{3}(R^l_l)^2]$$

$$C_{iklm} = R_{iklm} - \frac{1}{2}(g_{il}R_{km} - g_{im}R_{kl} - g_{kl}R_{im} + g_{km}R_{il}) + \frac{1}{6}(g_{il}g_{km} - g_{im}g_{kl})R$$

Уравнения в Конформной гравитации

$$-2\alpha W_{ik} = -\frac{1}{2}T_{ik}$$

$$W_{ik} = 2g_{ik}\nabla^l\nabla_l R^n_n - 2\nabla_i\nabla_k R^n_n - 2R^n_n R_{ik} + \frac{1}{2}g_{ik}(R^n_n)^2$$

Вакуумное решение

$$ds^2 = B(r)dt^2 - \frac{r^2}{B(r)} - r^2(sin^2\theta d\phi^2 + d\theta^2)$$

$$B(r) = 1 - 3\beta\gamma - \frac{\beta(2 - 3\beta\gamma)}{r} + \gamma r - kr^2$$

Не вакуумное решение

$$\nabla^4 B = \frac{3(T_0^0 - T_r^r)}{4\alpha B(r)} = f(r)$$

$$B(r) = -\frac{r}{2}\int_0^r dr' r'^2 f(r') - \frac{1}{6r}\int_0^r dr' r'^4 f(r')$$
$$-\frac{1}{2}\int_r^\infty dr' r'^3 f(r') - \frac{r^2}{6}\int_0^\infty dr' r' f(r') + \hat{B}(r)$$

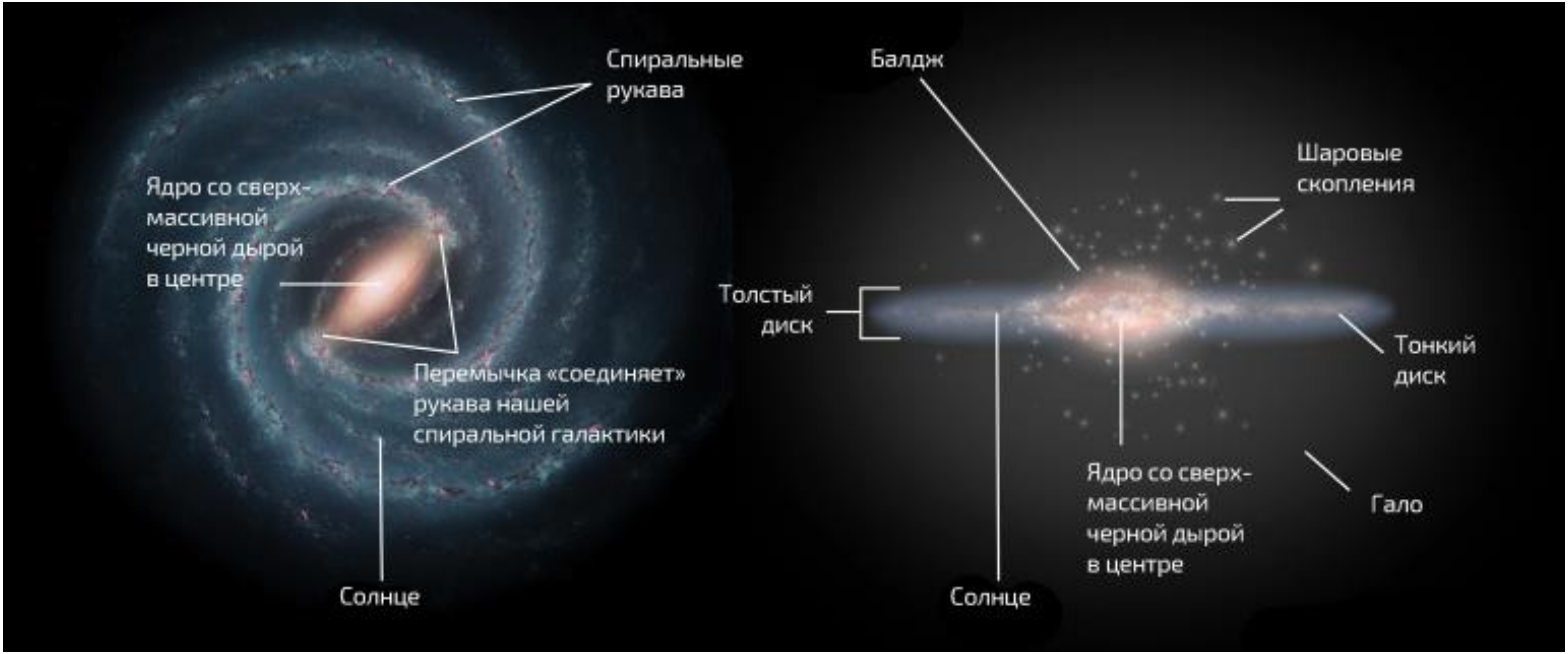
Потенциал одной звезды и всей остальной вселенной

$$\frac{1}{6}\int_0^R dr' r'^2 f(r') = 2\beta^*, \quad -\frac{1}{2}\int_0^R dr' r'^4 f(r') = \gamma^* \qquad k = \int_{r_{clus}}^{\infty} dr' r' f(r')$$

$$B(r) = 1 + \frac{2V}{c^2}$$

$$V(r) = -\frac{\beta^* c^2}{r} + \frac{\gamma^* c^2 r}{2} + \frac{\gamma_0 c^2 r}{2} - \frac{k r^2}{2}$$

Потенциал галактики



Кривые вращения галактик

$$v^2 \approx r\varphi'$$

$$v^2(r) = v^2_{\text{звезд}} + v^2_{\text{газ}} + v^2_{\text{сфер}} + v^2_{\text{фон}}$$

Считаем все звезды в галактике равными по массе Солнцу:

$$\beta = 1.48 * 10^5\text{см}, \quad \gamma^* = 5.42 * 10^{-41}\text{см}^{-1}, \quad \gamma_0 = 3.06 * 10^{-30}\text{см}^{-1}, \quad k = 9.54 * 10^{-54}\text{см}^{-2}$$

Определяется массой Солнца

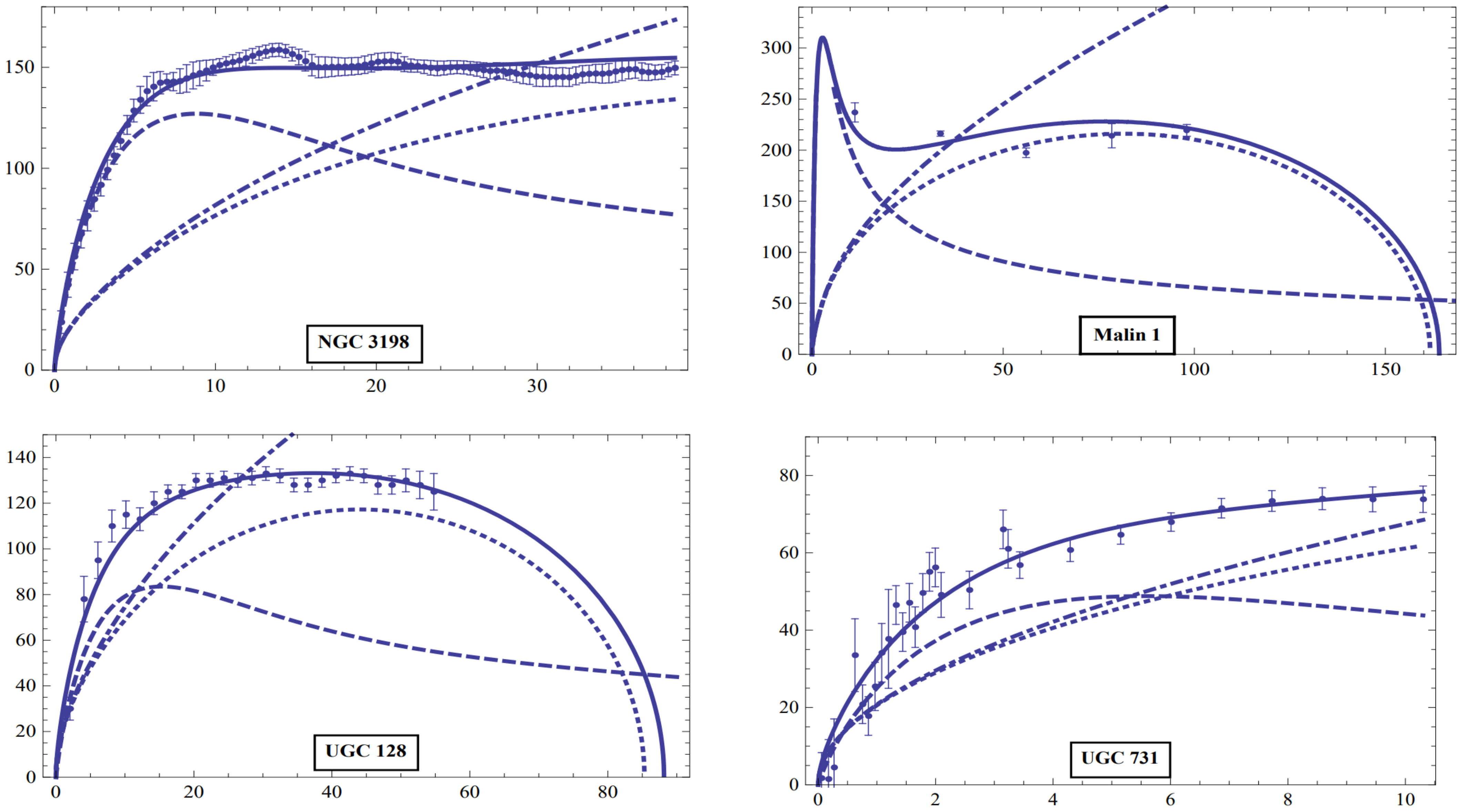
Подгоночные значения

Явный вид вкладов источников

$$rV^{'}(r) = \upsilon^2_{\text{звезд}} = \frac{N\beta^* c^2 r^2 \alpha^3}{2}\left[I_0\left(\frac{r\alpha}{2}\right)K_0\left(\frac{r\alpha}{2}\right) - I_1\left(\frac{r\alpha}{2}\right)K_1\left(\frac{r\alpha}{2}\right)\right] + \frac{N\gamma^* c^2 r^2 \alpha}{2} I_1\left(\frac{r\alpha}{2}\right)K_1\left(\frac{r\alpha}{2}\right)$$

$$rV^{'}(r) = \upsilon^2_{\text{сфер}} = \frac{4\pi\beta c^2}{r}\int_0^r dr^{'}\sigma(r^{'})r^{'2} + \frac{2\pi\gamma c^2}{3r}\int_0^r dr^{'}\sigma(r^{'})(3r^2 r^{'2} - r^{'4}) + + \frac{4\pi c^2 r^2}{3}\int_r^\infty dr^{'}\sigma(r^{'})r^{'}$$

$$\upsilon^2_{\text{фон}} = \frac{\gamma_0}{2}c^2 r - kc^2 r^2$$



NGC 3198
0
50
100
150
0
10
20
30
Malin 1
0
50
100
150
200
250
300
0
50
100
150
UGC 128
0
20
40
60
80
100
120
140
0
20
40
60
80
UGC 731
0
20
40
60
80
0
2
4
6
8
10

Неполнота теории

$$S_p = -mc\int ds$$ ⟵ Действие для массивной частицы

$$g_{ik} \to \Omega^2 g_{ik}, \quad ds \to \Omega ds\ , \quad S_p \to \Omega S_p$$

$$I_M = -\int d^4x(-g)^{1/2}\left[\frac{1}{2}\nabla_\mu S\nabla^\mu S + \lambda S^4 - \frac{1}{12}S^2R^\mu_\mu + i\overline{\psi}\gamma^\mu(x)(\partial_\mu + \Gamma_\mu(x))\psi - hS\overline{\psi}\psi\right]$$

$$i\gamma^\mu\left[\partial_\mu + \Gamma_\mu(x)\right]\psi - hS\psi = 0$$

Решение проблемы?

$$S_p = -mc \int ds = -hS \int ds$$

$$g_{ik} \to \Omega^2 g_{ik}, \quad ds \to \Omega ds, \quad S \to \Omega^{-1} S$$

$$\text{но} \quad m \neq hS, \quad m = hS + m_{\text{движ.}} + m_{\text{др. взаим.}}$$